

班級：

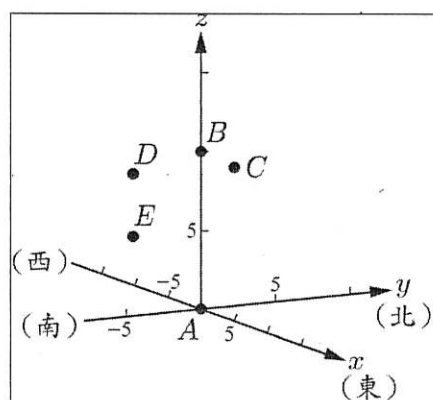
座號：

姓名：

一、單一選擇題(共 100 分,每題 4 分)

1. () 下列何者正確？ (A)對任意實數 x ， $\sqrt[3]{x^3} = x$ (B)對任意實數 x ， $\sqrt{4+x^2} = 2+x$
 (C)對任意實數 x ， $\sqrt{x^2} = x$ (D)對任意實數 x ， $\sqrt[3]{8-x^3} = 2-x$
2. () 若四次多項式 $ax^4 + bx^3 + 6x^2 + 5x + 2$ 除以 $(x+1)^2$ 所得的餘式為 $3x+4$ ，則 $a+b=?$ (A)-12 (B)-6 (C)-4 (D)-2
3. () 若數列 $-2, a, b, 7$ 成等差數列，且數列 a, b, p, q 成等比數列，則 $p+q=?$ (A)60 (B)70 (C)80 (D)90
4. () 若 $\frac{5}{(2x+1)(x-2)} = \frac{A}{2x+1} + \frac{B}{x-2}$ ，其中 A 、 B 為實數，則 $3A+2B=?$ (A)-7 (B)-6 (C)-5 (D)-4
5. () 若 x 、 y 、 z 為相異實數，則三階行列式 $\begin{vmatrix} x+y & x-y & x \\ y+z & y-z & y \\ z+x & z-x & z \end{vmatrix} = ?$
 (A)0 (B) $(x-y)(y-z)(z-x)$ (C) $(x^2-y^2)(y^2-z^2)(z^2-x^2)$ (D) $(x-y)^2(y-z)^2(z-x)^2$
6. () 若圓 C 與 y 軸相切，且圓心為拋物線 $y = x^2 + 4x + 5$ 之頂點，則下列何者為圓 C 的方程式？
 (A) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 4 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$
 (C) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$ (D) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$
7. () 不定積分 $\int \frac{x+3}{2\sqrt{x}} dx = ?$ (A) $\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}} + C$ (B) $\frac{\frac{x^3}{2} + 3x}{x^{\frac{3}{2}}} + C$ (C) $\frac{\frac{x^3}{2} + 3x}{\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}} + C$ (D) $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{1}{2}} + C$
8. () 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，矩陣 $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 。若矩陣 $C = AB$ ，且 $C^2 = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}$ ，則 $d_{12} = ?$
 (A)-2 (B)-3 (C)-4 (D)-5
9. () $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(3+h)+2} - \frac{1}{3+2}}{h} = ?$ (A) $-\frac{1}{25}$ (B) $-\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{1}{25}$
10. () 若點 (a, b) 落在第一象限且滿足 $b = -a^2 + 10$ ，則 a^2b 的最大值為何？ (A)10 (B)21 (C)23 (D)25
11. () 在工程領域中，矩陣運算可用來描述系統的輸入與輸出之關聯性。已知 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ 、 $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ 分別表示系統輸入與輸出的變量，且彼此滿足下列關係： $\begin{cases} y_1 = 2x_1 + 5x_2 \\ y_2 = 3x_1 + 8x_2 \end{cases}$ 。若此關係可用矩陣運算 $A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ 表示，其中 A 為二階方陣。設 A 的反方陣為 $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c+d=?$ (A)2 (B)1 (C)-1 (D)-2

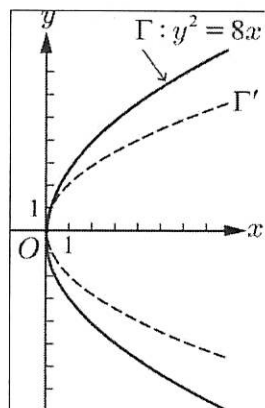
12. () 空間中三點的坐標分別為 $A(0,6,-1)$ 、 $B(3,3,-1)$ 、 $C(4,1,1)$ ，則 $\overline{AC}$ 在 $\overline{BC}$ 上的正射影為何？
 (A) $(4,-4,2)$ (B) $(4,-2,4)$ (C) $(2,-4,4)$ (D) $(2,4,4)$
13. () 二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x+3y \geq 6 \\ 2x+y \leq -4 \end{cases}$ 的圖解區域屬於哪一象限？ (A)一 (B)二 (C)三 (D)四 象限
14. () 已知 $i = \sqrt{-1}$ 。若將 $(1+2i)(2-i)$ 化成 $a+bi$ 之形式，其中 a 、 b 為實數，則 $a+b=?$ (A)-2 (B)0 (C)4 (D)7
15. () 坐標平面上，若點 $A(a,-6)$ 在直線 $L: 2x-y+12=0$ 之右半平面，則下列何者為 a 的可能值？
 (A)-15 (B)-12 (C)-10 (D)-7
16. () 若坐標平面上四點 $A(1,2)$ 、 $B(2,-3)$ 、 $C(2,7)$ 、 $D(a,-10)$ 在同一圓上，則 $a=?$
 (A)19 或 9 (B)20 或 8 (C)24 或 6 (D)27 或 3
17. () 已知 a 、 b 為實數。若直線 $L_1: y=ax+b$ 與 $L_2: y=bx+a$ 相互垂直，且 $a^2+b^2=50$ ，則 L_1 與 L_2 的交點與原點的距離為多少？ (A) $4\sqrt{3}$ (B)7 (C) $5\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{13}$
18. () 若 $A(1,4)$ 、 $B(6,2)$ 所連接的線段 $\overline{AB}$ 與直線 $L: x-y+1=0$ 相交於 P 點，則 $\frac{\overline{AP}}{\overline{BP}}=?$ (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{7}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{5}$
19. () 根據建築物之耐震規範，某類鋼構造建築物之基本振動週期 T (單位為秒) 之經驗公式為 $T = 0.085h^{\frac{3}{4}}$ ，其中 h 為地面到屋頂之高度 (單位為公尺)。若 A 、 B 為兩棟屬於這類的鋼構造建築物，已知 A 的基本振動週期為 B 的 2 倍，且 B 的高度為 100 公尺，則 A 的高度約多少公尺？ (A)159 (B)168 (C)252 (D)283
20. () 小華遙控一台空拍機。今空拍機從點 A 出發，首先垂直上升 10 公尺 (至點 B)，往東飛了 5 公尺 (至點 C)，再往南飛 7 公尺 (至點 D)，然後下降 4 公尺到達點 E ，如圖所示。試問此時空拍機和原出發點間的距離約為多少公尺？



- (A) $\sqrt{74}$ (B) $\sqrt{110}$ (C) $\sqrt{174}$ (D) $\sqrt{270}$

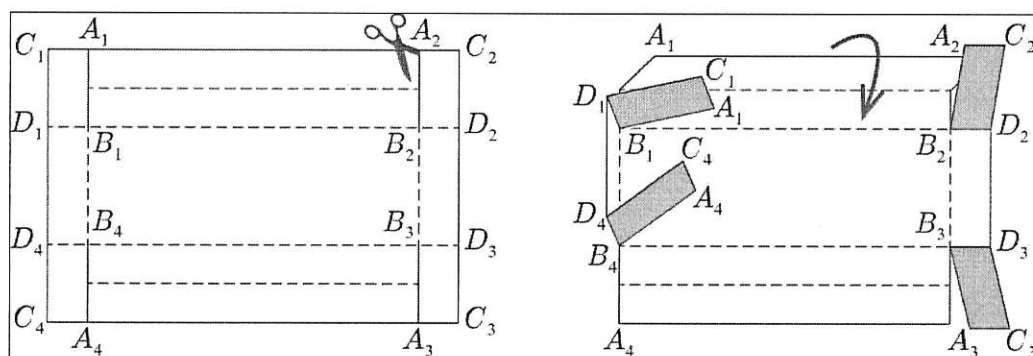
21. () 某歌手打算在她的演唱會上表演一段由 6 首不同的歌曲串成的組曲，其中 3 首慢歌、3 首快歌。她的音樂總監建議在歌曲的安排上最多只能 2 首慢歌連在一起唱，因為這樣才會使得整個組曲的節奏比較流暢。若她認同並接受音樂總監的建議，試問這段組曲可以有多少種不同的安排方式？ (A)576 (B)648 (C)696 (D)720

22. () 茗茗幫家裡設計一款拋物線造型的裝飾品，在設計圖的坐標平面上，畫出此拋物線為 $\Gamma: y^2 = 8x$ ，如圖中的實線。但大家討論後認為 Γ 開口太大，建議保持 Γ 的頂點不變且仍維持拋物線造型，並調整開口如圖中的虛線 Γ' 。若 Γ' 的正焦弦長為 4 單位長，則下列有關 Γ' 的敘述何者正確？



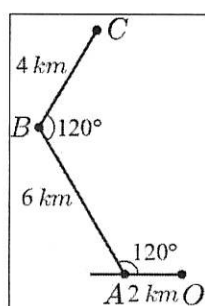
(A)焦點坐標為(1,0) (B)方程式為 $y^2 = 6x$ (C)焦距為 2 (D)準線為 $x = -2$

23. () 芳芳用一張長度為 3 尺、寬度為 2 尺的紙板設計紙盒，從長度為 3 尺的兩邊 A_i 點剪至 B_i 點，再將 A_i 點對折至 B_i 點，並將長方形 $A_i B_i D_i C_i$ 插入內部以固定紙盒，其中 $i=1,2,3,4$ ，作法如圖所示。設 $\overline{B_i D_i} = a$ 尺，且 $\overline{A_i B_i} = 2a$ 尺， $i=1,2,3,4$ 。若摺出的紙盒有最大體積，則 $a = ?$



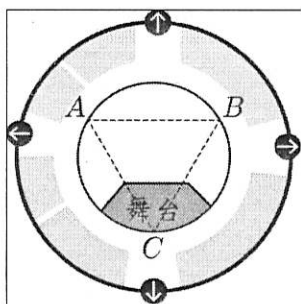
(A) $\frac{3-\sqrt{7}}{6}$ (B) $\frac{4-\sqrt{7}}{6}$ (C) $\frac{5-\sqrt{7}}{12}$ (D) $\frac{6-\sqrt{7}}{12}$

24. () 一公路依水平地形迂迴而建，如圖所示。從 O 地到 A 地、 A 地到 B 地、 B 地到 C 地的距離分別是 2、6、4 公里(km)，而 $\overline{OA}$ 與 $\overline{AB}$ 的夾角及 $\overline{AB}$ 與 $\overline{BC}$ 的夾角均為 120° ，則 C 地到 O 地的直線距離為多少公里？



(A) $2\sqrt{11}$ (B) $2\sqrt{21}$ (C) $2\sqrt{31}$ (D) $2\sqrt{41}$

25. () 某攝影師參觀一棟圓樓建築，從地面上兩個不同位置點 A 、 B 拍攝一樓圓型展演劇場舞台上位於 C 點的擺飾，如圖所示。已知 A 、 B 、 C 三點所在之圓的半徑為 10 公尺，且 $\angle ACB = 60^\circ$ ，則 A 、 B 兩點的距離為多少公尺？



(A) $5\sqrt{3}$ (B) 10 (C) $10\sqrt{3}$ (D) 20