

國立新竹高工 114 學年度第二學期高二數學科第二次期中考試卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：(4 題，每題 4 分，共 16 分)

() 1. 下列哪一個函數的定義域為所有實數？

(A) $f(x)=\sqrt{4-x^2}$

(B) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

(C) $f(x)=\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$

(D) $f(x)=\log x$

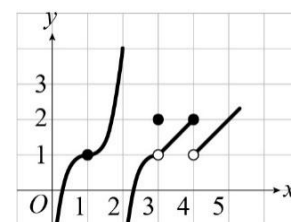
() 2. 已知函數 $f(x)$ 的圖形如右圖所示，下列何者正確？

(A) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

(B) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$

(C) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$

(D) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$



() 3. 已知雙曲線 $9x^2 - 16y^2 + 36x - 32y + 164 = 0$ ，則下列選項何者正確？

(A) 標準式為 $\frac{(x+2)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1$

(B) $(-7, -1)$ 為其中一個焦點坐標

(C) 直線 $3x + 4y + 10 = 0$ 為其中一條漸近線

(D) 正焦弦長為 $\frac{9}{2}$ 。

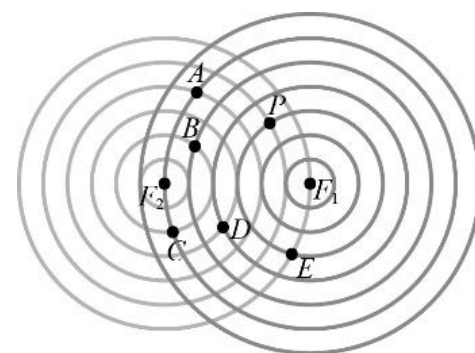
() 4. 如右圖，以 F_1 為圓心的同心圓半徑分別為 $1, 2, 3, \dots, 7$ ，以 F_2 為圓心的同心圓半徑分別為 $1, 2, 3, \dots, 6$ 。一雙曲線以 F_1, F_2 為焦點且通過 P 點，下列何點也在此雙曲線上？

(A) A

(B) B

(C) C

(D) D



二、填充題：(19 題，共 76 分。注意：若答案不存在，請寫「不存在」即可)

1. 試求 $\lim_{x \rightarrow -2} (x^3 - 3x^2 + x + 2) =$ _____。

2. 試求 $\lim_{x \rightarrow 6} \left(\frac{x-5}{x-6} - \frac{2x-7}{x^2-7x+6} \right) =$ _____。

3. 已知函數 $f(x) = 2026^2 + 2026 + \frac{1}{x^{2026}}$ ，則 $f(x)$ 的導函數 = _____。

4. 已知函數 $f(x) = \frac{1-5x}{3x-2}$ ，則 $f'(2) =$ _____。

5. 設函數 $f(x) = (2x+3)(3x^2-2x-1)$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3} =$ _____。

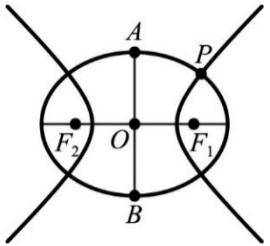
【請繼續第二頁作答】

6. 設函數 $f(x)=3x+3$ ， $g(x)=kx-3$ 且 $g(f(x))=f(g(x))$ 時，則 $k=$ _____。
7. 已知雙曲線的共軛軸在 $x=-3$ 上，一焦點 $(-8,2)$ 且一頂點 $(-7,2)$ ，則此雙曲線方程式為_____。(用標準式表示)
8. 試求 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{3x-2}-2} =$ _____。
9. 已知 $f(x) = \frac{(x+3)(x^2-4)}{(x-1)(x^2+1)}$ ，則 $f(x)$ 在 $x=2$ 的導數為_____。
10. 設函數 $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \geq 1 \\ 2x+3, & x < 1 \end{cases}$ ，則 $f'(1)=$ _____。
11. 設函數 $f(x)=(2x-1)^5$ ，則其函數圖形過切點 $(1,1)$ 的切線方程式為_____。(請化簡以一般式 $ax+by+c=0$ 表示)
12. 已知函數 $f(x)$ 的導函數為 $f'(x)=x^2+x-2$ ，試求 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(6+2h)-f(6)}{10h} =$ _____。
13. 設 $f(x)$ 為 x 的三次多項式函數，若 $f(0)=f'(0)=f''(0)=f'''(0)=6$ ，試求 $f(1)=$ _____。
14. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax+b}{x-3}, & x \neq 3 \\ 4, & x = 3 \end{cases}$ 在 $x=3$ 連續，試求 $a+b=$ _____。
15. 設函數 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 3 \\ ax+b, & x > 3 \end{cases}$ 在 $x=3$ 處可微分，則 $f(4)=$ _____。
16. 設 $\Gamma: \frac{x^2}{k-5} + \frac{y^2}{8-k} = 1$ 為一雙曲線，則實數 k 的範圍為_____。

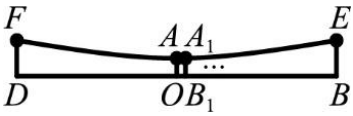
【請翻至第三頁作答】

17. 若有一台雲霄飛車在一段直線的行駛過程中，速度 $v(t)$ 與時間 t 的關係為 $v(t) = -10t^2 + 40t$ ，其中 $0 \leq t \leq 3$ ，速度單位為 m/s (公尺/秒)，時間單位為 s(秒)。已知重力加速度 $g = 9.8(\text{m/s}^2)$ ，若當瞬時加速度等於 4 倍的重力加速度 g 時，我們稱它產生 4 倍 G 力，則此雲霄飛車行駛過程中約有_____秒的時間產生的 G 力在 4 倍以上。

18. 右圖中，橢圓 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 與雙曲線 $\frac{x^2}{l} - \frac{y^2}{k} = 1$ 有共同的焦點 F_1, F_2 ，且 P 點是橢圓與雙曲線的交點；其中 m, n, l, k 皆為正數。已知橢圓的中心為 O ，且短軸上的兩個頂點為 A, B ，且 $\overline{AB} = 12\sqrt{2}$ ， $\overline{PF_1} = 6$ ， $\overline{PF_2} = 16$ ，則 $k =$ _____。

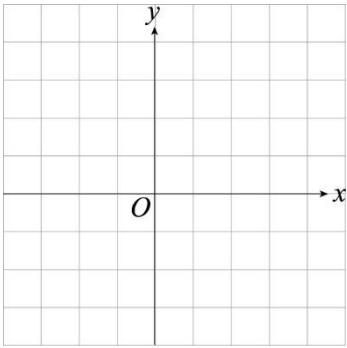


19. 已知兩山之間有一座吊橋如右圖所示，橋面 $\overline{BD}$ 用鋼索 FAE 懸吊。已知鋼索 FAE 所形成的曲線為雙曲線的一部分，其中 A 為雙曲線的一頂點， O 為雙曲線的中心， O 在 $\overline{BD}$ 上且 $\overline{OA}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{DF}$ 均與 $\overline{BD}$ 垂直。若 $\overline{OA} = 2$ ， $\overline{BE} = \overline{DF} = 4$ ，而橋長 $\overline{BD} = 36$ 公尺，且從 O 起每隔 1 公尺有一根與橋面垂直的拉索 $\overline{A_i B_i}$ ($i = 1, 2, 3, \dots$)，則 $\overline{A_3 B_3} =$ _____公尺。



三、計算題：(1 題，共 8 分，請在答案卷上寫出第(3)、(4)小題求值的計算過程，否則不予計分)

1. 已知函數 $y = f(x) = \frac{|x|}{x}$ ，試求：
- (1) 定義域 (請以集合表示)
 - (2) 描繪其圖形
 - (3) 函數 $f(x)$ 在 $x=0$ 處的極限值。
 - (4) 函數 $f(x)$ 在 $x=1$ 處的導數。



【試題結束】

國立新竹高工 114 學年度第二學期高二數學科第二次期中考答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、 單選題 (4 題，每題 4 分，共 16 分)

1	2	3	4

二、 填充題 (19 格，共 76 分。注意：若答案不存在，寫「不存在」即可)

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	

三、計算題：(1 題，共 8 分。請在答案卷上寫出第(3)、(4)小題求值的計算過程，否則不予計分)

1. 已知函數 $y=f(x)=\frac{|x|}{x}$ ，試求：

(1) 定義域 (請以集合表示)

(3) 函數 $f(x)$ 在 $x=0$ 處的極限值。

(2) 描繪其圖形

(4) 函數 $f(x)$ 在 $x=1$ 處的導數。

