

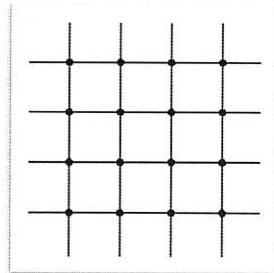
國立新竹高工 114 學年度第一學期高三數學科第二次期中考試卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題 (25 題，共 100 分) 【請將答案劃記在答案卡上，否則不予計分】

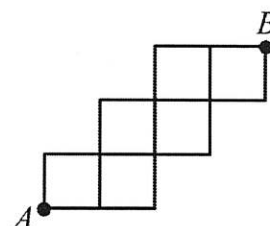
1. 右圖中坐標平面上有十六個點（左、右、上、下間隔均相等），將這些點中任意選擇兩點連成直線，若不考慮無斜率的直線情形，則兩點連成的直線斜率最小者為下列哪一個數值？

(A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1



2. 如右圖，阿輔從 A 點走捷徑到 B 點（亦即只能向右或向上走，路徑不重複），方法共多少種？

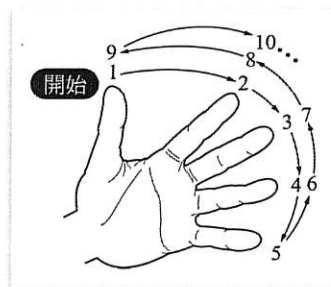
(A)16 (B)18 (C)21 (D)25



3. 阿瑩伸出左手，從大拇指開始按照右圖的方式依序數數字：1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,。

則當她數到 109 時，指的會是哪根手指頭？

(A) 食指 (B) 中指 (C) 無名指 (D) 小指



4. 設四個正數 7 、 x 、 28 、 y 中，前三數成等比數列，且後三數成等差數列，則 $y = ?$

(A) 14 (B) 42 (C) 52 (D) 60

5. 已知 $i = \sqrt{-1}$ 且 a 、 b 為實數，若 $(1+3i)(a+bi) = 8+4i$ ，則 $(a+bi)^2 = ?$

(A) $8i$ (B) $-8i$ (C) $8 + 8i$ (D) $8 - 8i$

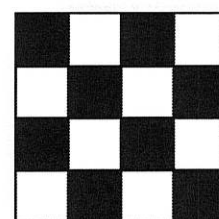
6. 求方程式 $\frac{2x+12}{x^2-9} = \frac{x}{x+3} + \frac{3}{x-3}$ 所有解的和為何？

(A) 3 (B) 2 (C) -1 (D) 1

【請翻面繼續作答】

7. 計算 $3 \times 7^8 - 22 \times 7^7 + 8 \times 7^6 + 7^5 - 57 \times 7^4 + 8 \times 7^3 - 50 \times 7 + 2020 = ?$
(A) 2020 (B) 1983 (C) 2013 (D) 1719
8. 設 a, b 為方程式 $x^2 + 10x + 16 = 0$ 之根，試求 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ 的值？
(A) -18 (B) -6 (C) -2 (D) 6
9. 已知直線 L 之斜率為 2 ， x 截距為 3 。試問直線 L 與兩坐標軸所包圍三角形的面積為何？
(A) $\frac{9}{4}$ (B) $\frac{9}{2}$ (C) 6 (D) 9
10. 某部以「尋寶」為主題的電影中，男主角阿宇進到第二道關卡時看到了一扇巨大的鐵門，門邊有 100 個按鈕，每個按鈕都有一個數字，分別是從 1 到 100 。牆上有一個過關提示，上面印著「有一個等差數列，其第 11 項為 31 且第 16 項為 56 ，按下該數列第 20 項數字的按鈕，鐵門就會打開」。則阿宇按下哪一個數字按鈕就會開門？
(A) 99 (B) 83 (C) 76 (D) 65
11. 明數學家吳敬在 1450 年出版的九章算法比類大全列了一首數學詩：「遠望巍巍塔七層，紅燈點點倍加增，共燈三百八十一，請問尖頭幾盞燈？」由這首詩可知，已知有一燈塔共有 7 層，下一層的紅燈數都是上一層的 2 倍，且共有 381 個紅燈，則最上層的燈有多少個？
(A) 2 個 (B) 3 個 (C) 4 個 (D) 5 個
12. 竹工數學科老師假日揪團 7 人去日月潭出遊，大家決定從水社碼頭搭乘渡船到玄光寺，然而渡船共有 A 、 B 、 C 三艘，每艘限載 6 人。若 7 人要同時坐船，但其中阿廷只想搭乘 A 船，則共有多少種安全渡船方法？
(A) 2187 種 (B) 2186 種 (C) 728 種 (D) 729 種

13. 設 $A(6,3)$ 、 $B(-4,5)$ 為坐標平面上兩點，試求通過線段 \overline{AB} 中點且與直線 $3x+5y-29=0$ 垂直的直線方程式為何？
 (A) $5x-3y+7=0$ (B) $5x-3y-17=0$ (C) $5x+3y+7=0$ (D) $5x+3y-17=0$
14. 已知圓的面積為 4π ，圓的方程式為 $2x^2+2y^2+6x-4y-k=0$ ，則 k 之值為何？
 (A) $\frac{3}{2}$ (B) $-\frac{3}{2}$ (C) -9 (D) 9
15. 已知圓 $C: x^2+y^2+4x+2y-4=0$ 。若點 P 是圓 C 上一點，則 P 到直線 $L: 3x+4y-10=0$ 的最長距離為何？
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
16. 設 P 為圓 $(x+1)^2+(y+2)^2=4$ 的圓心，若從圓外 $Q(5,6)$ 向此圓作一條切線的切點為 R ，則 $\triangle PQR$ 的面積為何？
 (A) $4\sqrt{6}$ (B) $8\sqrt{6}$ (C) $\sqrt{21}$ (D) $2\sqrt{21}$
17. 已知等比數列 $\{a_n\}$ 的公比為 3，且前 15 項和 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{15}=300$ ，則 $a_1+a_4+a_7+a_{10}+a_{13}=?$
 (A) $\frac{300}{9}$ (B) $\frac{300}{11}$ (C) $\frac{300}{13}$ (D) $\frac{300}{16}$
18. 阿雅想要在右圖的 4×4 黑白相間固定棋盤中，任意選取 1 黑方格與 1 白方格。已知選出的黑方格與白方格不在同一行也不在同一列，則選擇的方法有多少種？
 (A) 16 種 (B) 32 種 (C) 64 種 (D) 128 種



19. 有一個啦啦隊比賽規定每隊組隊人數 8 人，且男、女生均至少 2 人。某班共有 4 名男生與 6 名女生想參加啦啦隊競賽，若由此 10 人中依規定選出 8 人組隊，則共有多少種組隊方式？
 (A) 45 種 (B) 60 種 (C) 75 種 (D) 90 種

20. 設 a, b 均為實數，若 $5+i$ 為方程式 $x^2 - 2ax - 4 - bi = 0$ 的一根，則 $a-b=?$

- (A) -4 (B) -2 (C) 2 (D) 4

21. 試求 $\sum_{n=1}^{10} (2^n + 2n + 1) = ?$

- (A) 384 (B) 385 (C) 2157 (D) 2166

22. 設多項式 $f(x)$ 是一個領導係數為 3 的三次多項式，若 $f(x)$ 除以 $x^2 - 4x + 1$ 的餘式為 $7x + 1$ ，且 $x - 1$ 為 $f(x)$ 的因式，則 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 的餘式為何？

- (A) 18 (B) 16 (C) -16 (D) -18

23. 有 A, B, C, D, \dots, I 共 9 個相異玩具必須平分成三堆，每堆各 3 個。若 A 跟 B 必須放在同一堆， C 跟 D 必須放在不同堆，則可能的分法共有多少種？

- (A) 15 種 (B) 30 種 (C) 45 種 (D) 60 種

24. 阿芳發現位於日本九州之鹿兒島縣東部志布志市的志布志港路牌很有趣(如右圖)。她試著將超繞口的「志布志港志布志市志布志町志布志」這 15 字全取排列成一直線，但必須符合相同字不相鄰，則方法有多少種？

- (A) 210 種 (B) 420 種 (C) 2520 種 (D) 5040 種



(圖片來源：google 圖片)

25. 某生存遊戲的場地上有一個半徑 1 公尺的圓柱塔，且圓柱塔中心的東方 1 公尺處有一根旗竿，阿凱在此旗竿的北方 5 公尺處駐守陣地且對任意方向直線射擊，而阿翔在位於圓柱塔中心南方 5 公尺處的東西橫向直線橋樑上打游擊戰，試問：阿翔在橋樑上不會被阿凱射擊擊中的安全範圍長度是多少公尺？

- (A) $\frac{25}{12}$ (B) $\frac{19}{3}$ (C) $\frac{19}{6}$ (D) $\frac{25}{6}$

【試題結束】