

★注意事項：log 符號中未標明底數者均以 10 為底數★

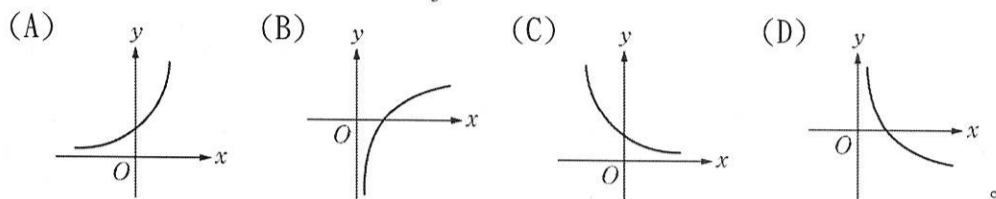
班級：

座號：

姓名：

一、選擇題(每題 4 分，共 20 分)

1. 下列各圖形何者最接近  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  的圖形？



2. 已知空間中兩向量為  $\vec{a} = (3, 2, 1)$ 、 $\vec{b} = (1, -2, 3)$ ，則  $\vec{a} - \vec{b}$  的長度為  
(A)  $4\sqrt{2}$  (B)  $2\sqrt{6}$  (C)  $(2, 4, -2)$  (D)  $(4, 0, 4)$ 。

3.  $y = \log_4 \frac{x}{64}$  的圖形可用  $y = \log_4 x$  的圖形向\_\_\_\_平移 3 單位。空格應填寫下列哪一個字？  
(A) 左 (B) 右 (C) 上 (D) 下。

4. 下列何者不是空間中兩平面的關係？  
(A) 兩平面平行 (B) 兩平面重合 (C) 兩平面交於一點 (D) 兩平面交於一直線。

5. 已知空間中一點  $P(-1, 4, 3)$ ，則  $P$  點到  $x$  軸的距離為  
(A) 5 (B) -1 (C)  $\sqrt{17}$  (D)  $\sqrt{10}$ 。

二、填充題(每題 4 分，共 68 分)

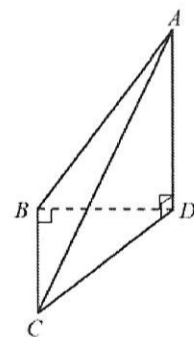
1.  $\log 2025$  的首數為\_\_\_\_\_。

2.  $3^{2 \cdot \log_3 7}$  之值為\_\_\_\_\_。

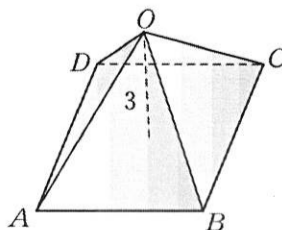
3. 設  $y = \log_a(x-2)$  的圖形通過  $(4, -1)$  和  $(b, 0)$  兩點，則數對  $(a, b) =$ \_\_\_\_\_。

~背面尚有試題~

4. 空間中兩向量  $\vec{a} = (2, 3, 5)$ 、 $\vec{b} = (-1, 2, 3)$ ，若  $(\vec{a} + t\vec{b}) \perp \vec{b}$ ，則實數  $t =$ \_\_\_\_\_。
5. 已知  $\log x$  之首數與  $\log 123.4$  的首數相同， $\log x$  的尾數與  $\log 56.78$  的尾數相同，則  $x =$ \_\_\_\_\_。
6. 已知  $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ，則  $\left(\frac{2}{3}\right)^{100}$  在小數點後第\_\_\_\_\_位出現不為 0 的數字。
7. 設  $A(1, 0, 1)$ 、 $B(8, 2, 4)$  與  $C(2, -2, 3)$  為空間中三點，則  $\vec{AB}$  在  $\vec{AC}$  上的正射影為\_\_\_\_\_。
8.  $\left(\log_2 25 + \log_8 \frac{1}{5}\right) \left(\log_5 2 + \log_{25} \frac{1}{16}\right) =$ \_\_\_\_\_。
9. 下列何者正確？(多選，全對才給分)
- (A)  $y = \log_3 x$  的圖形以  $x$  軸為漸近線。
  - (B)  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  的圖形恆過點  $(0, 1)$ 。
  - (C)  $y = \log_3 x$  的圖形恆在  $y$  軸右方。
  - (D)  $y = 3^x$  的圖形與  $y = \log_3 x$  的圖形對稱於直線  $x = y$ 。
  - (E)  $y = \log_3 x$  的圖形與  $y = \log_3 \frac{1}{x}$  的圖形對稱於  $y$  軸。
10. 不等式  $\log_{\frac{1}{3}}(2x-3) \geq \log_{\frac{1}{3}} x$  之解為\_\_\_\_\_。
11. 右圖中， $ABCD$  為四面體，已知  $\overline{AD}$  垂直於平面  $BCD$ ， $\overline{BC}$  垂直  $\overline{BD}$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{BD} = 9$ ， $\overline{AD} = 12$ ，則  $\overline{AC}$  之值為\_\_\_\_\_。

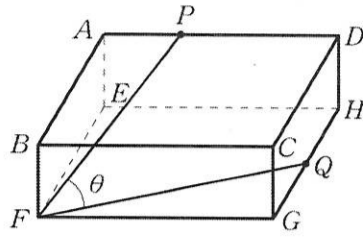


12. 下圖是一個高為 3 的正四角錐（即底面為正方形，四個側面均為等腰三角形的錐體），它的底面是一個邊長為 4 的正方形。設側面  $ABO$  與底面  $ABCD$  的二面角為  $\theta$ ，則  $\cos \theta$  的值為\_\_\_\_\_。



～請接續第 3 頁作答～

13. 下圖為長方體  $ABCD-EFGH$ ，其中  $\overline{AB}=2$ ， $\overline{AD}=3$ ， $\overline{AE}=1$ ，若  $P$  在  $\overline{AD}$  上，且  $\overline{AP}:\overline{PD}=1:2$ ， $Q$  為  $\overline{GH}$  的中點， $\angle PFQ=\theta$ ， $\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}$  之值為\_\_\_\_\_。

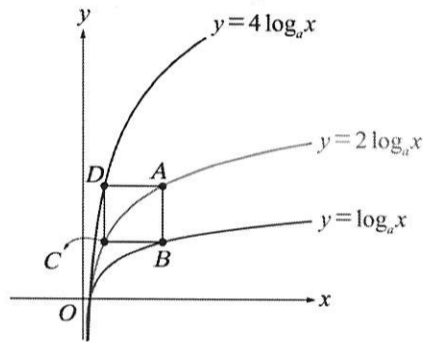


14. 將  $y=f(x)=\log_2 x$  的圖形向右平移 12 單位，再向上平移 2 單位，所得新函數  $y=g(x)=\log_2(ax+b)$ ，則  $a+b=$ \_\_\_\_\_。

15.  $\frac{(\log_{10} 2)^2 + (\log_{10} 5)^2 - 1}{(\log_{10} 2)^3 + (\log_{10} 5)^3 - 1} =$ \_\_\_\_\_。

16.  $a=2\cdot\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{5}$ 、 $b=\log_{\frac{1}{4}}26$  與  $c=\log_{\frac{1}{8}}99$  的大小順序為\_\_\_\_\_。

17. 如下圖，設  $ABCD$  為正方形，已知正方形  $ABCD$  的面積為 144，且  $\overline{AD}$  平行  $x$  軸， $A$ 、 $B$ 、 $D$  三點分別在  $y=2\log_a x$ 、 $y=\log_a x$ 、 $y=4\log_a x$  的圖形上，試求  $a=$ \_\_\_\_\_。



### 三、計算題(每題 6 分，共 12 分)

1. 空間中兩向量  $\vec{a}=(1,-2,3)$ 、 $\vec{b}=(-1,1,-1)$ ，當有一實數  $t$  時， $|\vec{a}+t\vec{b}|$  有最小值，試求：  
 (1) 此時實數  $t$  之值。  
 (2)  $|\vec{a}+t\vec{b}|$  的最小值。

2. 假設某種商品的廣告效應的模型可以用下述對數函數來表示：

$$N(x)=a+b\log_2(x+1)$$

其中  $N(x)$  表銷售數量(單位：個)， $x$  為廣告費用(單位：萬元)， $a, b$  為常數。已知不花錢做廣告時，銷售量為 900 個，若廣告費用花 1 萬元，銷售量 1600 個。

(1) 試求  $a, b$  之值。(2 分)

(2) 若希望銷售量達到 3000(含)個以上時，試問至少須花費多少廣告費？(4 分)

～試題結束～

國立新竹高工 114 學年度第 1 學期 第 2 次期中測驗 技高二年級 數學科試卷

# 答案卷

班級：

座號：

姓名：

一、單選題(每題 4 分，共 20 分)

1	2	3	4	5

二、 填充題(每題 4 分，共 68 分)

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17			

三、計算題(每題 6 分, 共 12 分) ★請依題目要求詳細寫出計算過程, 否則不予計分★

1.	
2.	