

國立新竹高工 113 學年度第一學期技高三數學科期末考試題

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、單選題(每題 4 分，共 100 分)

- ( ) 若  $z = 2(\cos 8^\circ + i \sin 8^\circ)$ 、 $z^3 = a + bi$ ，其中  $a$ 、 $b$  為實數，則  $a^2 + b^2 = ?$   
(A)64 (B)32 (C)16 (D)8
- ( ) 已知  $y = a^x$  通過點  $(2, 5)$  且  $a > 0$ ，若  $y = \log_a x$  通過點  $(5, b)$ 、 $(c, 4)$ ，則  $bc = ?$   
(A)30 (B)40 (C)50 (D)60
- ( ) 設  $x, y, z > 0$ ，且  $x + y + z = 8$ ，則  $xy^2z$  之最大值為  
(A)8 (B)16 (C)32 (D)64
- ( ) 已知  $\log 3 = 0.4771$ ，則  $(\frac{1}{3})^{10}$  化成小數後，在小數點後連續出現幾個 0？  
(A)3 (B)4 (C)5 (D)6
- ( ) 若  $A(1, 2, 3)$ 、 $B(2, 2, 5)$ 、 $C(3, 7, 7)$  為空間中三點，則  $\triangle ABC$  面積為？

(A)5 (B) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$  (C)10 (D) $5\sqrt{5}$

- ( ) 有一棟大樓垂直於地面，依依在此大樓的正東方  $A$  點，測得此大樓的樓頂仰角為  $45^\circ$ ，她從  $A$  點往南  $30^\circ$  西的方位走了 20 公尺到達  $B$  點，再測得大樓的樓頂仰角為  $45^\circ$ ，則此大樓高為多少公尺？

(A)20 (B) $20\sqrt{2}$  (C) $20\sqrt{3}$  (D)40

- ( ) 如圖所示，一個四角錐， $ABCD$  是一個正方形，直線  $AB$ 、直線  $BC$ 、直線  $CD$ 、直線  $AD$ ，4 條直線中，共有幾條與直線  $AE$  為歪斜線？

(A)0 條 (B)1 條 (C)2 條 (D)3 條

- ( ) 設矩陣  $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$  且  $a_{ij} = i^2 + j^2$ ，則第 2 行各元的和為何？

(A)7 (B)13 (C)17 (D)26

- ( ) 已知  $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1 \end{cases}$ ，則下列何者正確？

(A)  $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}$ 、 $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}$  (B)  $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$ 、 $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$

(C)  $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}$ 、 $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}$  (D)  $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$ 、 $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$

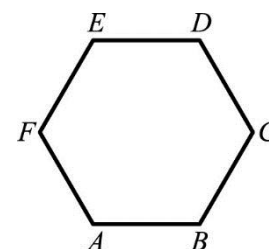
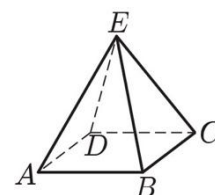
- ( ) 10.  $A-BCD$  是邊長為 6 的正四面體，試問正四面體的高為何？

(A) $2\sqrt{3}$  (B) $2\sqrt{6}$  (C) $3\sqrt{3}$  (D) $3\sqrt{6}$

- ( ) 若  $\tan 10^\circ = a$ ，則  $\sin 160^\circ = ?$  (A) $\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}$  (B) $\frac{2a}{\sqrt{a^2+1}}$  (C) $\frac{a}{a^2+1}$  (D) $\frac{2a}{a^2+1}$

- ( ) 如右圖， $ABCDEF$  為空間中的一個正六邊形，下列哪一個選項的值最大？

(A) $|\vec{AB} \times \vec{AB}|$  (B) $|\vec{AB} \times \vec{BE}|$  (C) $|\vec{AB} \times \vec{AC}|$  (D) $|\vec{AB} \times \vec{CF}|$

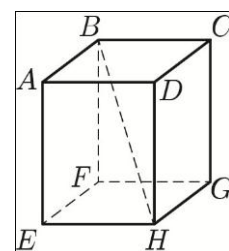


13. ( )  $y = 2\cos(\frac{\pi}{6} - x) - 2\sin x$  的最小值為何？ (A)  $\sqrt{10}$  (B) 2 (C)  $-\sqrt{10}$  (D) -2

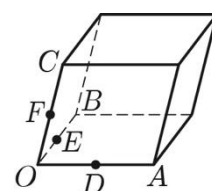
14. ( ) 若  $x, y, z > 0$ ，且  $x + y + z = 3$ ，則  $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{9}{z}$  之最小值為 (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 16

15. ( ) 如圖所示，一個長方體，已知  $EFGH$  是一個邊長為 1 的正方形，且  $\overline{BH} = \sqrt{11}$ ，則長方體的體積為何？

(A) 3 (B)  $\sqrt{10}$  (C)  $\sqrt{11}$  (D)  $2\sqrt{3}$



16. ( ) 如圖所示，一個體積為 36 的平行六面體，若  $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ 、 $\overrightarrow{OF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$ ，則三向量  $\overrightarrow{OD}$ 、 $\overrightarrow{OE}$ 、 $\overrightarrow{OF}$  所張出之平行六面體的體積為何？ (A) 27 (B) 18 (C) 9 (D) 4



17. ( ) 若聯立方程式  $\begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ 3x + y + z = 0 \\ ax - 3y - z = 0 \end{cases}$  有異於  $(0, 0, 0)$  的解，則  $a = ?$  (A) 5 (B) 3 (C) -3 (D) -5

18. ( ) 將一方程組的增廣矩陣  $\begin{bmatrix} 2 & 3 & a \\ 5 & -2 & b \end{bmatrix}$  經過列運算後可得  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ ，則  $a + b = ?$

(A) 7 (B) 9 (C) 11 (D) 13

19. ( ) 大東將 100000 元存入銀行，每半年計息一次，年利率 6%，若依複利計息，則一年後可得多少利息？ (A) 12360 (B) 12000 (C) 6090 (D) 6000

20. ( ) 已知  $i = \sqrt{-1}$ ，化簡  $i^{14} + 2i^{20} - 3i^{33} + i^{43} = ?$  (A)  $2 + i$  (B)  $3 + 2i$  (C)  $-3 - i$  (D)  $1 - 4i$

21. ( ) 阿龍的提款卡六位數密碼為  $62a8b3$ ，其數字和為 32 且滿足  $\begin{vmatrix} a+1 & b \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -3$ ，則此密碼為？ (A) 624893 (B) 625883 (C) 626873 (D) 627863

22. ( ) 空間中三點  $P(1, -1, 2)$ 、 $Q(-3, -3, -2)$ 、 $R(-3, 0, 1)$ ，試問  $\overline{PR}$  在  $\overline{PQ}$  上的正射影為何？ (A)  $(-2, -1, -2)$  (B)  $(2, 1, 2)$  (C)  $(-4, -2, -4)$  (D)  $(4, 2, 4)$

23. ( ) 設方程式  $\log_3 x + \log_x 3 = \frac{5}{2}$  的兩根為  $\alpha$ 、 $\beta$ ，則  $\alpha^2 + \beta^2 = ?$  (A) 25 (B) 50 (C) 84 (D) 120

24. ( ) 設直線  $PA$  垂直平面  $E$  於  $A$  點，且直線  $L$  是平面  $E$  上一條直線， $C$  是  $L$  上一點，如圖所示，若直線  $AB$  垂直  $L$  於  $B$  點，且  $\overline{PA} = 2$ 、 $\overline{AB} = 1$ 、 $\overline{BC} = 2$ ，則  $\overline{PC} = ?$  (A)  $\sqrt{5}$  (B)  $\sqrt{8}$  (C) 3 (D)  $\sqrt{10}$

25. ( ) 空間中，以  $\overline{AB}$  為共同邊的兩正方形  $ABCD$ 、 $ABEF$ ，邊長皆為 2，已知內積  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$ ，則  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} = ?$  (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9

