

範圍：第三冊 3-3~4-2

班級： 座號： 姓名：

一、單選題(每題 5 分)

1. 設  $A = \begin{bmatrix} x+2 & 4 \\ -1 & x-3 \end{bmatrix}$  且  $x > 0$ ，若  $A$  沒有乘法反矩陣，則  $x = ?$   
(A) 5 (B) 2 (C) 1 (D) -5。

2. 已知空間中兩平面  $E_1: x - ky + 2z = 1$ 、 $E_2: 2x + y + 2z = 1$ ，若  $E_1 \perp E_2$ ，則  $k = ?$  (A) 6  
(B) -6 (C) -2 (D) 2。

3. 已知空間中平面  $E_1: 2x + y + 2z + 3 = 0$ ， $E_2: x + y - 2 = 0$ ，若平面  $E_1, E_2$  之夾角為  $\theta$ ，則  $\sin \theta$  為何？  
(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (D)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

4. 設  $b_1, b_2, b_3, c_1, c_2$  和  $c_3$  均為實數，若二階行列式  $\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 12$ 、 $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 5$  及

$$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 3$$
，則三階行列式  $\begin{vmatrix} 1 & b_1 & c_1 \\ 2 & b_2 & c_2 \\ 3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = ?$  (A) 33 (B) 25 (C) 15 (D) 11。

5.  $f(x) = \begin{vmatrix} x-1 & -2 & -3 \\ -1 & x-2 & -3 \\ -1 & -2 & x-3 \end{vmatrix}$ ，下列選項何者錯誤？

- (A)  $f(x)$  為三次多項式 (B)  $f(x)$  除以  $x-1$  的餘式為 -5 (C)  $f(x)$  可被  $x^2$  整除  
(D)  $f(0) = -6$ 。

二、填充題(共 75 分)

1. 矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 6 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ ，若  $A$  為  $a \times b$  階的矩陣，則數對  $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 利用克拉瑪公式解二元一次方程組後得  $\Delta = 6$ 、 $\Delta_x = 18$  及  $\Delta_y = 12$ ，則數對  $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 若  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 7 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則  $c =$ \_\_\_\_\_。

4. 若方程組  $\begin{cases} -4x + ky - z = 0 \\ 3x + y + 3z = 0 \\ kx + 4y + 5z = 0 \end{cases}$  除了  $(0,0,0)$  之外尚有其他解，且  $k$  為整數，則  $k =$ \_\_\_\_\_。

5. 設  $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 8 & -4 & 6 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ ，若矩陣  $X$  滿足  $2(X+3A) = 4A+3B$ ，則矩陣  $A =$ \_\_\_\_\_。

6. 已知  $\vec{a} = (-2, 1, -2)$ ， $\vec{b} = (4, -1, 3)$ ，則  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$  所張出的平行四邊形面積為\_\_\_\_\_。

7. 已知  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 8$ ，則  $\begin{vmatrix} a_1 + 2a_2 & a_3 & 2a_3 + a_2 \\ b_1 + 2b_2 & b_3 & 2b_3 + b_2 \\ c_1 + 2c_2 & c_3 & 2c_3 + c_2 \end{vmatrix} =$ \_\_\_\_\_。

8. 空間中，點  $A(1,2,3)$  對平面  $E$  的投影點為  $P(2,4,-1)$ ，若平面  $E: 2x + by + cz + d = 0$ ，則  $b + c + d =$ \_\_\_\_\_。

9. 空間中，兩平面  $E_1: 3x + 2y - z + 6 = 0$ 、 $E_2: 6x + 4y - 2z + 10 = 0$ ，則  $E_1$  和  $E_2$  的距離為\_\_\_\_\_。

10. 已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  皆為二階方陣， $O$  為二階零矩陣，下列敘述何者錯誤？\_\_\_\_\_

(多選，全對才給分)

(A)  $AB = BA$

(B) 若  $AB = AC$  且  $A \neq O$ ，則  $B = C$

(C)  $A(B+C) = AB$ ，則  $AC = O$

(D)  $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 。

11. 已知方程組  $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=2 \end{cases}$ ，若  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 7 & -5 \end{bmatrix}$ ，則方程組之解  $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 已知兩空間向量  $\vec{a} = (1, 2, -2)$ 、 $\vec{b} = (2, 1, 2)$ ，若  $\vec{n}$  與  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  均垂直且  $|\vec{n}| = 6$ ，則  $|\vec{n}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(有兩解)

13. 空間中，過點  $P(2, 1, 4)$  且和平面  $E_1: x+3y-z+5=0$  平行的平面  $E: x+by+cz+d=0$ ，則  $b+c+d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

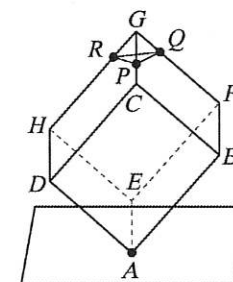
14. 設平面  $E$  過點  $A(2, 1, -1)$  且同時與兩平面  $E_1: x-y+2z-5=0$ 、 $E_2: x+y+z+1=0$  垂直，則平面  $E$  的方程式為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 真滿意餐廳有  $A$ 、 $B$  及  $C$  三種套餐。今訂 2 個  $A$  套餐，2 個  $B$  套餐，總共 2000 元；訂 3 個  $A$  套餐、1 個  $B$  套餐，總共 2400 元；訂 1 個  $A$  套餐、1 個  $B$  套餐及 2 個  $C$  套餐，總共 3200 元。若訂 6 個  $A$  套餐、4 個  $B$  套餐及 2 個  $C$  套餐，總共  $\underline{\hspace{2cm}}$  元。

16. 已知空間中平面  $E: 3x+2y-z-5=0$  及  $A(1, 3, -1)$ 、 $B(-1, 5, 5)$ ，若  $\overline{AB}$  與平面  $E$  交於  $P$  點，則  $\overline{AP}:\overline{BP} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. 若將英文字母按照次序編碼如下： $a = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ， $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ ， $c = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ ，……， $z = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$ ，則單字  $car$  可表為矩陣  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{bmatrix}$ 。今將某單字表為矩陣  $A$  後並以矩陣  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  加密，加密法為  $BA = C$ ，加密後將  $C$  矩陣傳出。若你收到的矩陣  $C = \begin{bmatrix} 16 & 6 & 6 & 19 \\ 32 & 12 & 14 & 39 \end{bmatrix}$ ，則矩陣  $A$  所代表的單字為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

18. 如下圖為某一水族館館內的一個裝飾造型，是將一個稜邊為 4 的正立方體水族箱其中的一頂點  $A$  置於地面，且水族箱內注入彩色的液體，液體的水位恰與平面  $PQR$  齊，若  $\overline{PG} = 2\overline{RG} = 2\overline{QG} = 2$ ，則液體水位的高為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。  
(提示：以  $G$  為原點，坐標化正立方體水族箱)



※試題結束※

答案卷

班級：            座號：            姓名：

一、單選題(每題 5 分)

1	2	3	4	5

二、填充題(共 75 分)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18		