

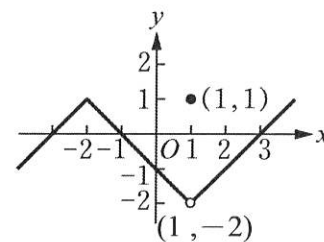
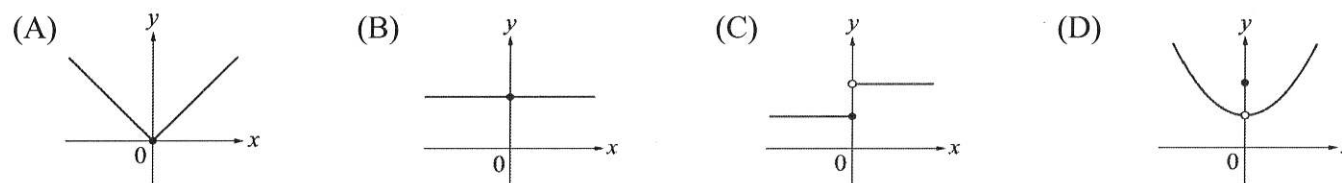
國立新竹高工 113 學年度第二學期技高二數學第二次期中考試卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、選擇題 (4 題，每題 4 分，共 16 分)

1. 函數 $y=f(x)$ 的圖形如右圖所示，下列選項何者錯誤？

- (A) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$ (B) $f(1) = 1$ (C) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$ (D) $f(x)$ 在 $x = -2$ 可微分

2. 下列各函數圖形中，何者的 $f'(0)$ 存在？3. 下列各極限何者錯誤？

- (A) $\lim_{x \rightarrow 2024^-} \sqrt{x-2024} = 0$ (B) $\lim_{x \rightarrow 2024^+} \sqrt{x-2024} = 0$ (C) $\lim_{x \rightarrow 2024^+} \sqrt[3]{x-2024} = 0$ (D) $\lim_{x \rightarrow 2024^-} \sqrt[3]{x-2024} = 0$

4. 設函數 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ ，下列選項何者正確？

- (A) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$ (B) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = 1$ (C) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$ (D) $f(x)$ 為連續函數。

二、填充題 (18 格，共 70 分) (注意：若答案不存在，請寫「不存在」即可)

1. 試求 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x + 5}{2x^2 + x + 3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。2. 試求 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{5x-2}{x^3-1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。3. 試求 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x+1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。4. 試求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \sqrt{1 + \frac{9}{x^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【請翻面作答】

5. 已知函數 $f(x) = (2x-1)^2(x^2-2x)$ ，試求 $f'(-1) =$ _____。

6. 試求函數 $f(x) = \frac{3x-1}{(x^2+x-6)^2}$ 在 $x=1$ 處的導數為 _____。

7. 設 $f(x) = (2x+1)^6$ ，試求 $f^{(3)}(-1) =$ _____。

8. 若 $f(x) = \frac{(x-2022)(x-2023)(x-2024)}{(x-2025)(x-2026)}$ ，試求 $f'(2024) =$ _____。

9. 設 $f(x) = x^4$ ，試求 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x) - f'(3)}{x-3} =$ _____。

10. 在函數 $f(x) = x^3 - 4x - 1$ 的圖形上，則以點 $A(2, -1)$ 的切線方程式為 _____。(請以 $y = ax + b$ 表示)

11. 已知 $f(x) = \frac{1}{2024} \pi^{12} + x^{10}$ ，若 $f^{(n)}(x) = 0$ 且 n 為自然數，則 n 的最小值為 _____。

12. 已知多項式函數 $f(x)$ 滿足 $f'(3) = 20$ ，試求 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{5h} =$ _____。

13. 若 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = \frac{5}{3}$ ，其中 a, b 為常數，試求 $a + b =$ _____。

【請繼續第三頁作答】

14. 設函數 $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 10x + 3}{x - 3}, & x \neq 3 \\ 3a - 5, & x = 3 \end{cases}$ 為連續函數，試求 $a =$ _____。

15. 設 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \geq -1 \\ ax + b, & x < -1 \end{cases}$ ，若 $f'(-1)$ 存在，試求 $a + b =$ _____。

16. 新竹市為了推動綠色交通，於去年底推出全市首條全電動公車營運的「先導公車」路線。某天，曾安全駕駛一輛電動公車正在市區直線公路上行駛，他遠遠看到路邊有人招手而踩剎車。已知從他從開始踩剎車至停車的這段時間內，在 t 秒內前進的距離為 $S(t) = -t^2 + 10t$ （單位：公尺），則從踩剎車後這輛電動公車總共經過_____公尺才完全停車。

17. 已知函數 $f(x) = x^2 + |x + 2| + |2x - 4|$ ，試求 $f'(1) + f'(-3) =$ _____。

18. 設 $f(x)$ 、 $g(x)$ 為可微分函數，且 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 2}{x - 3} = 1$ ， $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x) - 1}{x - 3} = 2$ ，令 $F(x) = f(x)g(x)$ ，則 $F'(3) =$ _____。

三、計算題：(2 題，共 14 分，請在答案卷上詳細寫出計算過程，否則不予計分)

1. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x, & x > 1 \\ 2, & x = 1 \\ 3x^3 - 2x, & x < 1 \end{cases}$ ，試問：

(1) 判斷函數 $f(x)$ 在 $x = 1$ 是否極限值存在？(若是，請寫出 $f(x)$ 在 $x = 1$ 的極限值；若否，請寫出理由) (3%)

(2) 判斷函數 $f(x)$ 在 $x = 1$ 是否連續？(請寫出連續或不連續的理由) (3%)

(3) 判斷函數 $f(x)$ 在 $x = 1$ 是否可微分？(若是，請求出 $f(x)$ 在 $x = 1$ 的導數；若否，請寫出理由) (3%)

2. 設函數 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ，試利用導數的定義 $x \rightarrow 4$ 的方法求出 $f'(4)$ 之值。(注意：若使用微分公式則無法全對給分) (5%)

【試題結束】

國立新竹高工 113 學年度第二學期技高二數學第二次期中考答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、選擇題 (4 題，每題 4 分，共 16 分)

1	2	3	4

二、填充題 (18 格，共 70 分) (注意：若答案不存在，寫「不存在」即可)

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18

三、計算題：(2 題，共 14 分，請在答案卷上詳細寫出計算過程，否則不予計分)

1.(1)	2.
(2)	
(3)	