

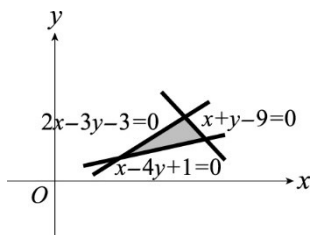
班級：

姓名：

座號：

一、選擇題：20%

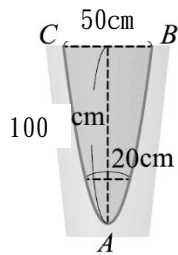
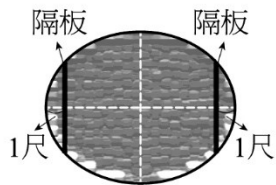
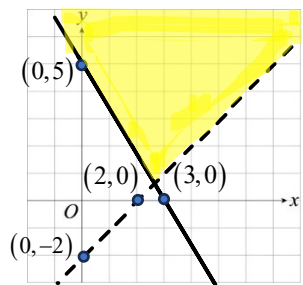
1. () 下列二元一次聯立不等式中，何者代表圖中所示之三角區域？



(A) $\begin{cases} x-4y+1 \leq 0 \\ 2x-3y-3 \geq 0 \\ x+y-9 \leq 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x-4y+1 \leq 0 \\ 2x-3y-3 \leq 0 \\ x+y-9 \leq 0 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x-4y+1 \geq 0 \\ 2x-3y-3 \geq 0 \\ x+y-9 \geq 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x-4y+1 \geq 0 \\ 2x-3y-3 \leq 0 \\ x+y-9 \leq 0 \end{cases}$

2. () 對於拋物線 $x^2 + 2x + 8y - 7 = 0$ ，下列敘述何者正確？(A) 頂點為 $(-1, -1)$ (B) 焦點為 $(-1, 1)$ (C) $y = 3$ 為準線 (D) 焦距為 -8 3. () 對於橢圓 $2x^2 + y^2 - 12x - 10y + 35 = 0$ ，下列敘述何者正確？(A) 短軸所在之直線方程式為 $x = 3$ (B) 長軸長為 8 (C) 兩焦點坐標 $(5, 5)$ 、 $(1, 5)$ (D) 正焦弦長為 $2\sqrt{2}$ 4. () 對於方程式 $\sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} + \sqrt{(x-1)^2 + (y-8)^2} = 2a$ 之圖形而言，下列敘述何者正確？(A) 若 $a = 6$ ，則其圖形必為一橢圓 (B) 若 $a < 7$ ，則其圖形必為一橢圓
(C) 若 $a = 8$ ，則其圖形必為一線段 (D) 若 $a > 9$ ，則無圖形5. () 關於 $\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = |x+3|$ 所代表的圖形，下列敘述何者錯誤？(A) 圖形為拋物線 (B) $(1, -2)$ 為焦點 (C) $x+3=0$ 為準線 (D) $y-2=0$ 為對稱軸二、填充題：68% 答案要全對才給分，答案需有理化並化至最簡1. 求頂點為 $(4, 2)$ ，正焦弦兩端點坐標為 $(2, 6)$ 、 $(2, -2)$ 的拋物線方程式為_____。(標準式表示)2. 求長軸在 $x = 5$ 上，短軸在 $y = 1$ ，長軸長為 10 ，短軸長為 8 的橢圓方程式_____。(標準式表示)

3. 設 k 為實數，若不等式 $3x-5y-k+1\leq 0$ 的圖形不含原點，求 k 的範圍為_____。
4. 拋物線 $(x-2)^2=-(y-1)$ 的圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點，頂點為 C 點，求 $\triangle ABC$ 面積為_____。
5. 設 $F(0,\sqrt{5})$ 、 $F'(0,-\sqrt{5})$ 為兩定點，若動點 P 滿足 $\overline{PF}+\overline{PF'}=6$ ，則 P 點的圖形軌跡方程式為_____。（標準式表示）
6. 試寫出滿足右圖中鋪色部份的聯立不等式為_____。（請以 x 係數為正整數表示）
7. 聯立不等式 $\begin{cases} y \leq 4 \\ x-y-2 \leq 0 \\ 2x+y \geq 4 \end{cases}$ 的圖形面積為_____平方單位。
8. 公園裡有一橢圓形造型的乘涼椅，如圖，已知橢圓的短軸長為 24 尺，兩焦點距離為 10 尺，若想在與長軸頂點距離 1 尺處做一個隔板，以便在兩側放置藝術品，則隔板長度為_____尺。
9. 如右圖，已知有一拋物線形狀的玻璃水瓶，當裝滿水瓶底（ A 點）離瓶口水面 100 公分時，瓶口水面寬度（ \overline{BC} 長）為 50 公分，幾天後，水蒸發，水面下降至寬度為 20 公分，則水面下降_____公分。
10. 求拋物線 $x=y^2$ 上的點和 $A(2,0)$ 的最短距離為_____。
11. 設兩橢圓 $\frac{x^2}{k^2+3k}+\frac{y^2}{4k+2}=1$ 與 $\frac{x^2}{75}+\frac{y^2}{35}=1$ 有相同的焦點，則 k 值為_____。



12. 設 $P(x, y)$ 為橢圓 $\frac{(x+1)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{36} = 1$ 上，則 P 點和直線 $L: 2x + y + 10 = 0$ 的最長距離為_____。

13. 求滿足二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x+y \leq 6 \\ 3x-2y \leq 6 \end{cases}$ 的自然數解個數_____。

14. 在聯立不等式 $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 3x+4y-24 \leq 0 \\ x-4y+8 \geq 0 \end{cases}$ 的可行解區域中，目標函數 $f(x, y) = x + ky + 3$ 的最大值產生在唯一點 $(x, y) = (4, 3)$ 時，則 k 的範圍為_____。

15. 若 $f(x) = ax + b$ 且 $1 \leq f(2) \leq 3$ ， $3 \leq f(3) \leq 6$ ，求 $f(4)$ 之最大值為_____。

16. 設 $A(-1, 2)$ 、 $B(-3, 1)$ ，若點 $P(\frac{2a}{a+5}, \frac{2}{a+5})$ 與原點在 \overleftrightarrow{AB} 的異側，試求 a 的範圍為_____。

17. 設拋物線 $\Gamma: x^2 = 12y$ 上有兩點 A 、 B ，且 \overline{AB} 的中點坐標為 $(3, 5)$ ，若 F 為拋物線的焦點，則 $\overline{AF} + \overline{BF} =$ _____。

三、計算題(計算過程必須完整寫出，否則不記分)：12%

1. 在某手機遊戲中城主佔領了甲、乙兩處礦場，每小時的開採狀況如下表所示：

	金礦(公斤)	銀礦(公斤)	銅礦(公斤)	消耗活力(點)
甲	1	3	2	6
乙	1	1	8	5

已知打造 S 級兵器至少需要金礦 5 公斤、銀礦 7 公斤、銅礦 16 公斤，若甲礦場開採 x 小時，乙礦場開採 y 小時，(x 、 y 為整數)可消耗最少的活力點來打造出 S 級兵器，則：

- (1) 寫出此問題之線性規劃不等式_____，(2) 消耗活力點的函數 $f(x, y) =$ _____，
- (3) 請畫出可行解區域(須標示出直線方程式及頂點坐標)，
- (4) 求甲、乙二礦場各應開採幾小時，可消耗最少的活力點？且此需消耗最少的活力點為何？

一、選擇題： 20%

1	2	3	4	5

二、填充題： 68% 答案要全對才給分，答案需有理化並化至最簡

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17			

三、計算題(計算過程必須完整寫出，否則不記分)：12%

1. 在某手機遊戲中城主佔領了甲、乙兩處礦場，每小時的開採狀況如下表所示：

	金礦(公斤)	銀礦(公斤)	銅礦(公斤)	消耗活力(點)
甲	1	3	2	6
乙	1	1	8	5

已知打造 S 級兵器至少需要金礦 5 公斤、銀礦 7 公斤、銅礦 16 公斤，若甲礦場開採 x 小時，乙礦場開採 y 小時，(x 、 y 為整數)可消耗最少的活力點來打造出 S 級兵器，則：

- (1) 寫出此問題之線性規劃不等式
- (2) 消耗活力點的函數 $f(x,y)$

- (3) 請畫出可行解區域(須標示出直線方程式及頂點坐標)，
- (4) 求甲、乙二礦場各應開採幾小時，可消耗最少的活力點？且此需消耗最少的活力點為何？

